

Proposta de Resolução da Sociedade Portuguesa de Matemática

para a Prova Final de Matemática de 9º Ano

Prova 92, 1ª fase –26 de junho de 2013

1. Os números que têm exactamente dois divisores são os números primos. Entre 1 e 9 temos 4 números primos {2, 3, 5 e 7}.

(C) $\frac{4}{9}$

2.

2.1. Mediana das idades = $\frac{13+14}{2} = 13,5$

2.2. Soma das idades dos 20 alunos = $20 \times 13,2 = 264$

Soma das idades dos 18 alunos (final da 1ª semana)=
= $264 - 2 \times 15 = 234$

Média = $\frac{234}{18} = 13$

A média passou a ser 13 anos.

3.

$m.d.c.(80,32) = m.d.c.(48,32) =$
 $= m.d.c.(32,16) = m.d.c.(16,16)$
 $= 16$

$m.d.c.(80,32) = 16$

Cálculos Auxiliares

$80 - 32 = 48$

$48 - 32 = 16$

$32 - 16 = 16$

4. (C) a^2

5. Menor: -3

Maior : 0

6. Como o perímetro é 7 cm e tendo em conta a desigualdade triangular, o triângulo poderá ter como medida dos lados, por exemplo: 1, 3, 3 e 2, 2, 3.

7.

$$7.1. \text{Volume}_{\text{cubo}} = a^3 \Leftrightarrow a^3 = 42 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{42} \Leftrightarrow a \approx 3,5$$

(C) 3,5

7.2.

$$\text{Volume}_{\text{prisma}} = \text{Área da base} \times \text{altura}$$

$$42 = \frac{2\overline{AB}}{2} \times 6 \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{42}{6} \Leftrightarrow \overline{AB} = 7$$

Sendo α o ângulo ACB e tendo em conta que $\overline{AB} = 7$ e $\overline{AC} = 2$ então:

$$\text{tg}\alpha = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \text{tg}\alpha = 0,286 \Leftrightarrow \alpha = \text{tg}^{-1}(0,286) \Leftrightarrow \alpha \approx 16^\circ$$

7.3. Por exemplo: CF

8.1. (D) pois a amplitude do arco AB é igual ao dobro da amplitude do ângulo inscrito ACB .

8.2. (B) Se $\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = 0,5$ então a razão da semelhança que transforma $[ABC]$ em $[CDE]$ é 0,5 pelo que a razão entre as áreas dos dois triângulos:

$$\frac{\text{área do triângulo } [CDE]}{\text{rea do triângulo } [ABC]} = 0,5^2 = 0,25.$$

8.3.

$$\overline{BC}^2 = 10^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 136 \Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{136} \Leftrightarrow \overline{BC} \approx 11,66$$

Como o raio do círculo mede $\frac{11,66}{2} = 5,83$ cm, então $A = \pi \times 5,83^2 \approx 106,78 \text{ cm}^2$.

Resposta: $A = 107 \text{ cm}^2$

$$9. \quad 2x^2 + 3x = 3(1 - x) + 5 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x = 3 - 3x + 5 \Leftrightarrow 2x^2 + 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 5}{2} \Leftrightarrow x = -4 \vee x = 1$$

Conjunto solução = $\{-4, 1\}$

10.1. Como E pertence à reta de equação $y = x$ então $E(1,1)$. Como DA é perpendicular ao eixo Ox então D tem abcissa 1 e, como pertence ao gráfico de g, tem ordenada 3 ($3 \times 1^2 = 3$) pelo que $\overline{DA} = \overline{BC} = 3$. O ponto C também tem ordenada 3 e, como pertence à reta de equação $y = x$, terá abcissa 3 bem como $B(3,0)$, pelo que $\overline{AB} = 2$. Desta forma, a área do trapézio [ABCE] mede $\frac{3+1}{2} \times 2 = 4$ unidades de área.

10.2. (D)

11.

$$\begin{cases} x - \frac{1+y}{2} = 3 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x}{2} - \frac{1+y}{2} = \frac{6}{2} \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 - y = 6 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 7 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 7 + y \\ 7 + y + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 7 + y \\ 4y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 7 + (-2) \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -2 \end{cases}$$

Solução: $\left(\frac{5}{2}, -2\right)$

12. Se a máquina A produz 6 tapetes por hora e leva 12 horas a fabricar todos os tapetes para uma certa empresa então produz 72 tapetes para essa empresa. Então se uma máquina B produzir x tapetes por hora e sento t o tempo que leva a produzir todos os tapetes encomendados então $x \times t = 72 \Leftrightarrow t = \frac{72}{x}$.

Assim, $\frac{72}{x}$ representa o tempo que a máquina B leva a produzir todos os tapetes encomendados.

13. (C) $A = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$