

MEDIR O MUNDO

Três séculos antes de Cristo, um matemático grego descobriu um método para medir as distâncias relativas da Terra ao Sol e da Terra à Lua e comparou o tamanho da Terra com o da Lua.

No século seguinte outro matemático grego conseguiu medir o raio da Terra. Algum tempo depois, outro sábio grego comparou o tamanho da Lua com o tamanho do Sol.

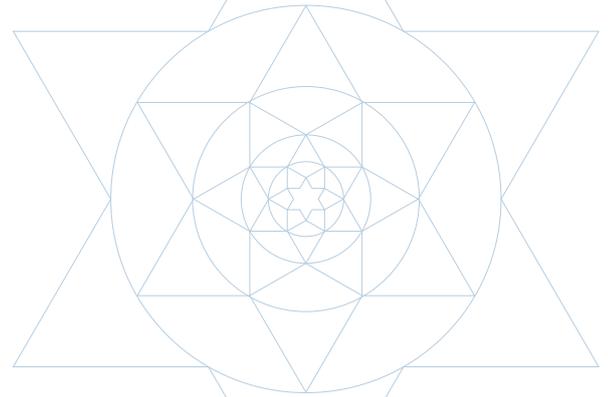
Como foi possível fazer todas estas medidas?

Com muita imaginação...
e alguma geometria!

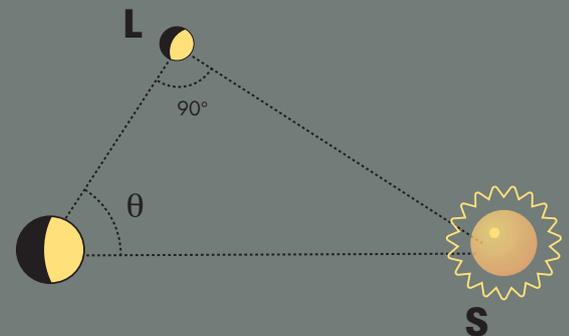


COM AS FASES DA LUA ...

Aristarco de Samos (310 - 230 a.C.) calculou as distâncias
relativas entre a Terra e a Lua e a Terra e o Sol



Verificou que no quarto crescente (ou no quarto minguante) a direcção Terra-Lua e a direcção Lua-Sol fazem entre si um ângulo recto



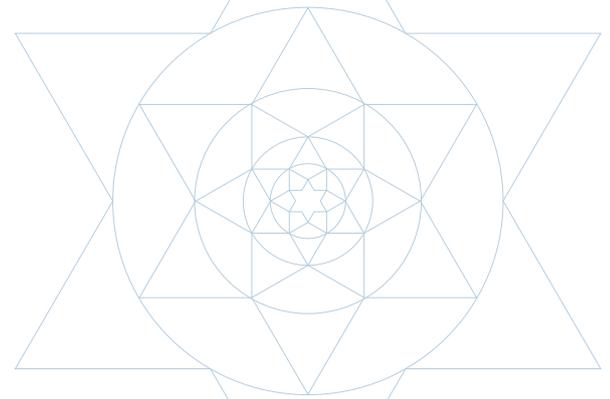
Estimando $\theta = 87^\circ$, Aristarco concluiu que a distância da Terra ao Sol é cerca de 19 vezes a distância da Terra à Lua.

Hoje sabe-se que $\theta = 89^\circ 51'$, resultando que a distância da Terra ao Sol é cerca de 400 vezes a distância da Terra à Lua.

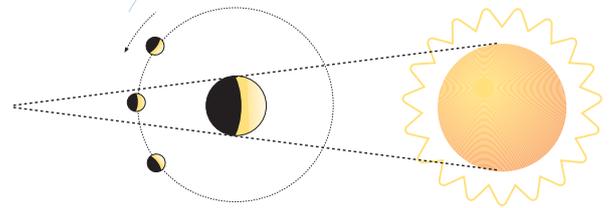


COM O ECLIPSE DA LUA ...

Observando os eclipses lunares Aristarco de Samos determinou a relação entre o diâmetro da Terra e o diâmetro da Lua.



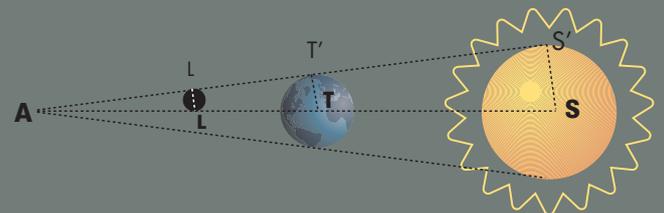
Medindo o número de vezes que a Lua cabe no cone de sombra da Terra e conhecendo as distâncias relativas entre a Terra e a Lua e a Terra e o Sol, determinou o tamanho da Lua em relação à Terra.



Aristarco de Samos observou que o tempo do eclipse parecia ser o dobro do tempo em que a Lua ficava completamente oculta pela sombra da Terra.

Verificou também que o tempo decorrido desde o momento que metade da Lua ficava coberta no início do eclipse até o momento em que metade dela ficava iluminada saindo do eclipse era de cerca de 1 hora.

Então a Lua percorreria numa hora uma distância igual ao seu diâmetro. Uma vez que a Lua demora 29 dias e meio, isto é, 708 horas, para dar uma volta completa à Terra, a órbita lunar é igual a 708 vezes o diâmetro da Lua. Sendo a órbita lunar sensivelmente circular, Aristarco concluiu, dividindo 708 por π , que a distância da Terra à Lua era 225,4 vezes o raio lunar.



Retomou então a relação entre as distâncias da Terra à Lua e da Terra ao Sol, $TS=19 TL$, e usou o facto os triângulos rectângulos ALL' , ATT' e ASS' serem semelhantes, para determinar a relação entre os raios da Terra e da Lua. Mais precisamente, verificou que o raio da Terra é 2,85 vezes o raio da Lua.

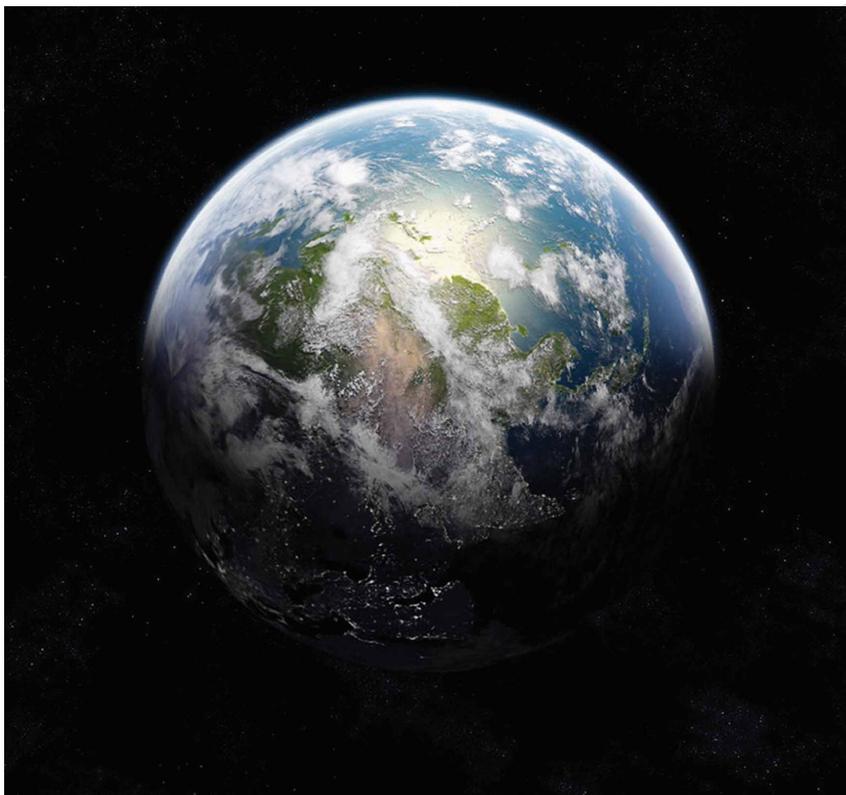
Combinando estes resultados, Aristarco concluiu que a distância entre a Terra e a Lua é, aproximadamente, 79 vezes o raio da Terra.

Hoje sabe-se que a medida do raio da Terra é cerca de 3,66 vezes a medida do raio da Lua e que a distância da Terra à Lua é cerca de 60 vezes o raio da Terra.



COM A SOMBRA DE UMA COLUNA...

A primeira estimativa credível do diâmetro da Terra foi obtida por Eratóstenes (cerca de 275 - 195 a.C.) matemático, astrónomo e filósofo grego da escola de Alexandria.



Através de documentos da biblioteca de Alexandria, terá tomado conhecimento que, ao meio dia do Solstício de Verão, em Siena (actual Assuão) o Sol não produzia qualquer sombra. Este facto terá resultado da observação da imagem do Sol no fundo de um poço.

Eratóstenes verificou que, à mesma hora, a inclinação dos raios Solares em Alexandria, situada 792 km (5000 "stadium") a norte, era igual a 1/50 de uma circunferência, isto é, a 7,2° e usou esta medição para calcular o raio da Terra.

Como?

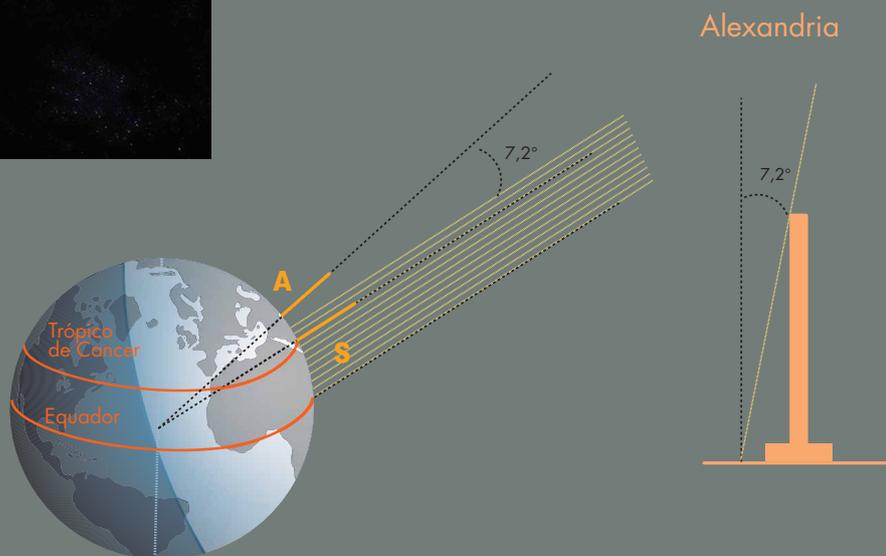
Imaginemos duas colunas verticais iguais, uma em Siena (S) e outra em Alexandria (A). No Solstício de verão a coluna colocada em S não produz sombra.

Então, o arco de circunferência SA corresponde a um ângulo ao centro igual a 1/50 da circunferência, pelo que o perímetro P da Terra será 50 vezes a distância entre S e A, isto é, $P = 39600$ km.

Eratóstenes terá então usado para π a estimativa de Arquimedes (287-212 a.C.), $22/7$, para calcular o raio r da Terra,

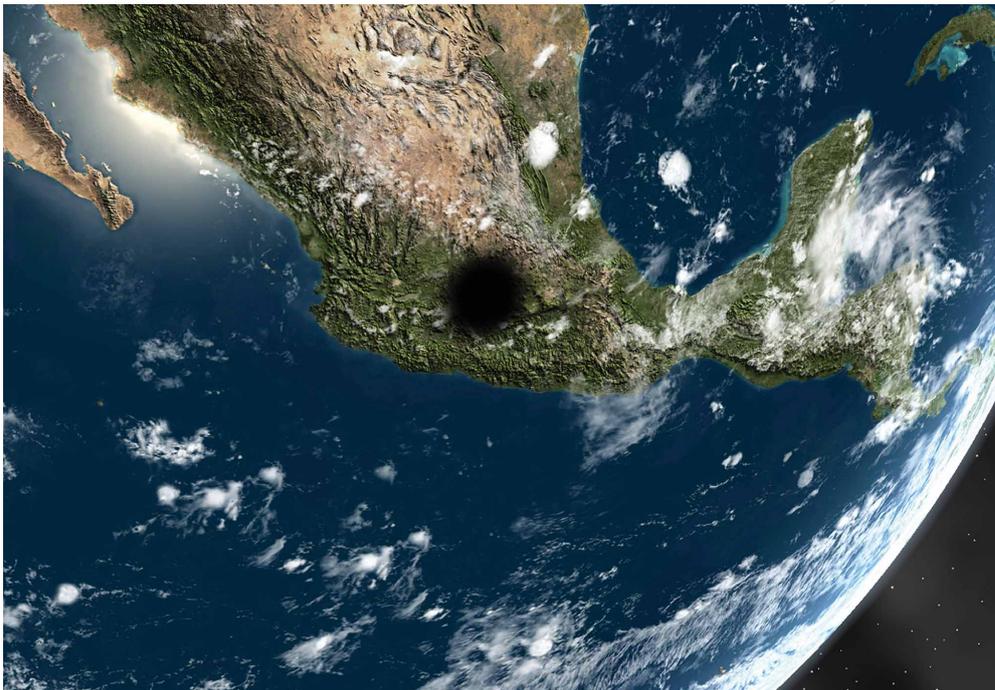
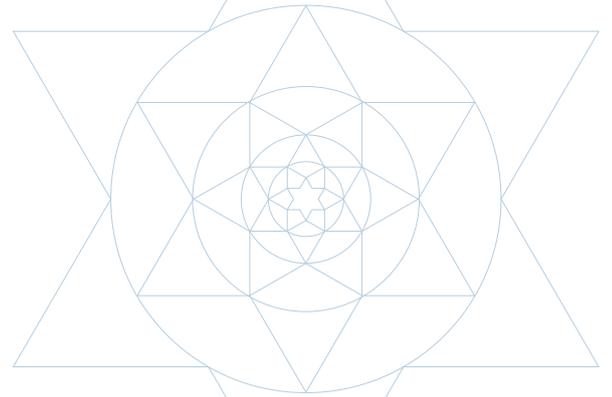
$$r = \frac{39600}{2\pi} = \frac{39600 \times 7}{44}$$

Esta estimativa, 6 300 km, é notável face ao valor actualmente conhecido, 6 378 km. Tenha-se, no entanto, em conta que esta estimativa tão favorável resulta do valor adoptado para 5000 stadium.

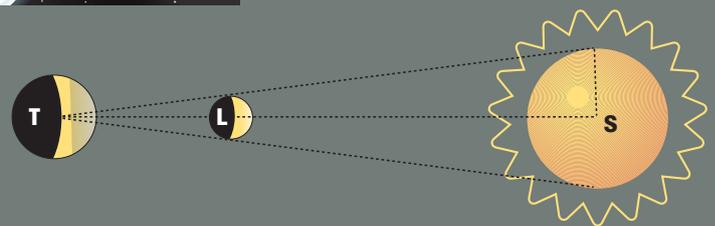


COM O ECLIPSE DO SOL ...

Observando o eclipse total do Sol, Hiparco de Niceia (190 -125 a.C.), grande astrónomo da Antiguidade, determinou o tamanho da Lua relativamente ao Sol.



Verificou que no eclipse total do Sol este astro e a Lua têm o mesmo diâmetro angular e concluiu que a razão entre o raio da Lua e o raio do Sol é igual à razão entre as distâncias entre a Terra e a Lua e a Terra e o Sol já determinada por Aristarco.



Esta conclusão é consequência imediata da semelhança de dois triângulos rectângulos:

O triângulo rectângulo em que as dimensões dos catetos são o raio R_L da Lua e a distância LT da Terra à Lua e o triângulo rectângulo em que as dimensões dos catetos são o raio R_S do Sol e a distância da Terra ao Sol.

Assim, $R_S/R_L = TS/LT$.

